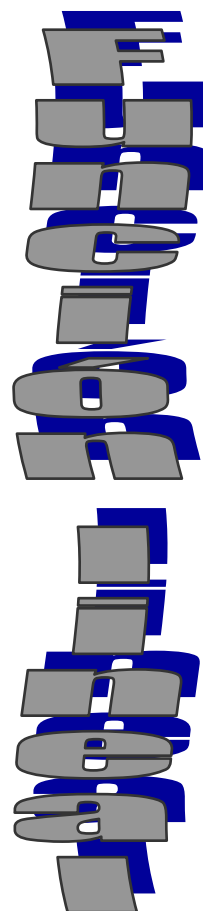


13

3° ESO

«No esperes a tener sed para empezar a excavar el pozo»



ÍNDICE:

- EDAD DEL UNIVERSO
- 1. PROPORCIONALIDAD
- 2. GRÁFICAS
- 3. RECTAS QUE NO COMIENZAN EN EL ORIGEN
- 4. FORMA EXPLÍCITA E IMPLÍCITA DE UNA RECTA
- 5. INTERSECCIÓN DE RECTAS

EDAD DEL UNIVERSO

La edad del universo se estima en torno a unos quince mil millones de años. Es decir, $15 \cdot 10^9$ años.

El Sol tiene unos cinco mil millones de años y la Tierra $4'5 \cdot 10^9$ años.

Las primeras formas vivientes hace unos 4 mil millones de años.

Los dinosaurios vivieron hace 300 millones de años.

Y el Homo sapiens ha aparecido sobre la Tierra hace unos 200 000 años.

Si comprimiésemos toda la edad del universo a un año sitúa los eventos anteriores en el calendario

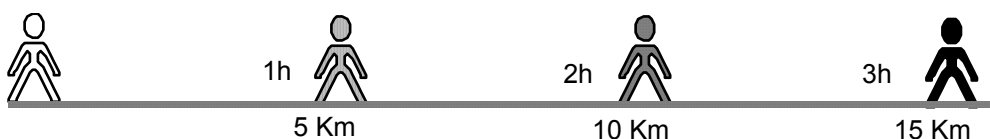
Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic

1. PROPORCIONALIDAD

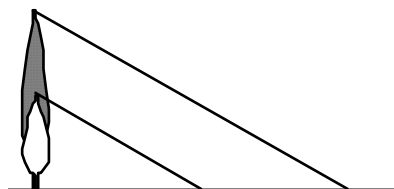
Una observación elemental del hombre es la relación que existe entre las magnitudes físicas.

Por ejemplo,

- Existe una proporción entre las horas que camino y la distancia que recorro.



• Existe también una proporción entre la altura de un árbol y la longitud de su sombra. Hay una proporción.



- Completa la siguiente tabla:

Tiempo caminando (h)	x	1	2	3		
Distancia recorrida (km)	y	5			30	

En este caso la relación que existe se llama de PROPORCIONALIDAD DIRECTA. Las dos variables se dice que son directamente proporcionales.

Significa que al doble, triple,...etc de una de las magnitudes implicadas le corresponde el doble, triple,...etc de la otra.

- Matemáticamente se expresa así:

$$\frac{y}{x} = m; \text{ o bien, } y = m \cdot x$$

Al valor m se le llama **CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD**.
¿Cuánto vale m en la tabla anterior?

- La fórmula de estas funciones es:

$$y = m \cdot x$$

En el ejemplo anterior : $y = 5 \cdot x$ en el caso anterior.

Se llama **función de proporcionalidad o función lineal**.

Completa la tabla y halla la constante de proporcionalidad en el siguiente caso:

Altura de un poste (m)	x	6	10	50	70	
Sombra que produce (m)	y		5			

- $m =$

- ¿Cuál es la fórmula de esta función?

- Como es lógico no todos los fenómenos son de proporcionalidad. Por ejemplo no guardan proporción el área de un cuadrado y su lado:

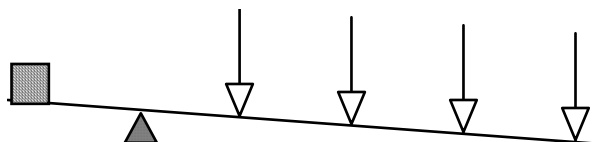
$$\frac{\text{Área}(m^2)}{\text{lado}(m)} : \frac{1}{1} \neq \frac{4}{2} \neq \frac{9}{3} \neq \frac{16}{4} \neq \dots$$

Es decir, la función que relaciona el área con el lado de un cuadrado **NO** es de proporcionalidad. O dicho de otra manera, el área de un cuadrado no es proporcional a su lado.

- De las siguientes relaciones completa la tabla indicando cuáles son las variables, sus unidades, a continuación di si son de proporcionalidad y explica el porqué:

	V. indepente	V. depend.	¿Proporcionali dad (s/n)?	¿Por qué?
El precio de un coche y el impuesto que lleva.				
El lado de un cuadrado y su área.				
El peso de un bote de pintura y la superficie que puedo pintar.				

El precio de un artículo en pesetas y su precio en euros.				
La separación del punto de apoyo de una palanca y el peso que levanto:				



2. GRÁFICAS

La gráfica de las funciones de proporcionalidad es una **RECTA** que pasa por el **origen** de coordenadas.

- Distancia recorrida andando a 3 Km/h

Fórmula:	Tabla:		Cálculo:	Gráfica:
$y = 3 \cdot x$	<u>x (h)</u>	<u>y (Km)</u>		
	0	0	$y = 3 \cdot 0 = 0$	
	1	3	$y =$	
	2	6	$y =$	
	3	9	$y =$	
	4	12	$y =$	

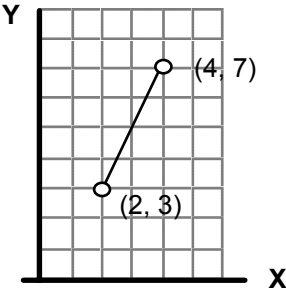
Para **dibujar su gráfica** a partir de la fórmula, basta **obtener un punto** y después trazar la recta que une dicho punto con el origen de coordenadas.

Por ejemplo, aquí tenemos las gráficas de dos funciones de proporcionalidad:

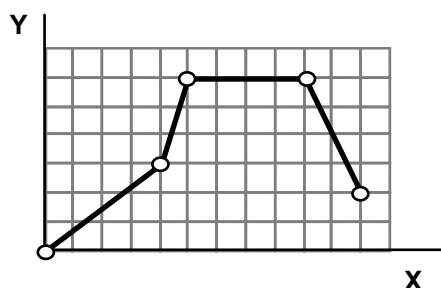
$y = 3 \cdot x$		$y = \frac{3}{4} \cdot x$													
Tabla 1:	Gráfica:	Tabla 2:	Gráfica:												
<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td></tr></table>	x	y	0	0	2	6		<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td></tr></table>	x	y	0	0	4	3	
x	y														
0	0														
2	6														
x	y														
0	0														
4	3														

PENDIENTE DE UN SEGMENTO

Para hallar la pendiente o inclinación de un segmento que une dos puntos procederemos así:

Gráfica:	Par de puntos:		Cálculo:
	$\frac{x}{2}$ 4	$\frac{y}{3}$ 7	$m = \frac{7 - 3}{4 - 2} = \frac{4}{2} = 2$

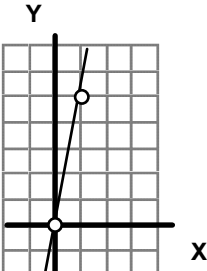
- Halla la pendiente de los diferentes tramos de la gráfica siguiente:

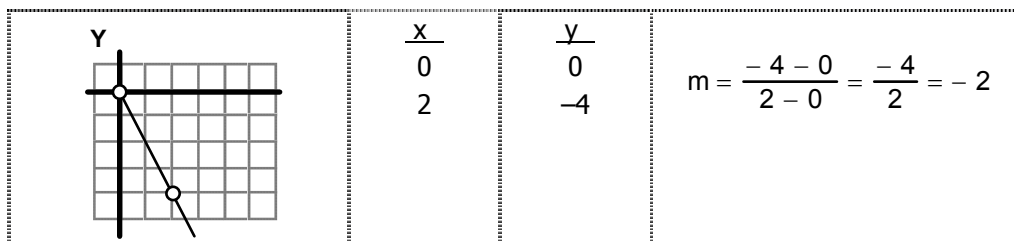


Tramo 1:	Tramo 2:
$\frac{x}{0}$ 4	$\frac{y}{3}$ 5
$\frac{y}{3}$ 5	$\frac{x}{5}$ 5
$\frac{x}{5}$ 5	$\frac{y}{2}$ 2

PENDIENTE DE UNA RECTA:

Una recta es una gráfica de pendiente constante. Por lo tanto, para hallar la pendiente de una recta se eligen dos puntos cualesquiera y se halla la pendiente del segmento que los une.

Gráfica:	Par de puntos:		Cálculo:
	$\frac{x}{0}$ 1	$\frac{y}{0}$ 5	$m = \frac{5 - 0}{1 - 0} = \frac{5}{1} = 5$



Si la pendiente es POSITIVA la recta es **creciente**

Si la pendiente es NEGATIVA la recta es **decreciente**.

La pendiente de una recta coincide con la constante de proporcionalidad de dicha recta.

Así las fórmulas de la funciones anteriores es fácil deducirlas:

$$y = 5 \cdot x ; y = -2 \cdot x$$

3. RECTAS QUE NO COMIENZAN EN EL ORIGEN

Son las **rectas que no empiezan en el cero**. Es decir, las funciones de proporcionalidad cuyo valor inicial no es cero.

Por ejemplo:

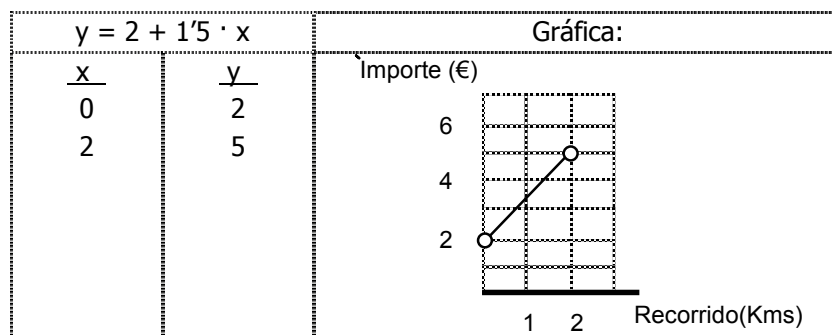
Un taxi cuesta 2 € de bajada de bandera más 1'5 € por kilómetro recorrido. Aquí el valor inicial no es 0 sino 2.

La fórmula difiere un poco de las de proporcionalidad.

Aparece un término constante. En este caso es 2:

$$y = 2 + 1'5 \cdot x$$

Para hacer su gráfica basta hacer una tabla con dos valores (suficientes para dibujar una recta)



Estas funciones tienen un elemento más:

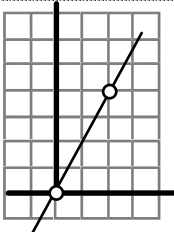
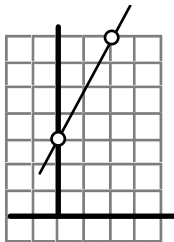
$$y = n + m \cdot x$$

n: ordenada en el origen
m: pendiente

En el caso anterior:

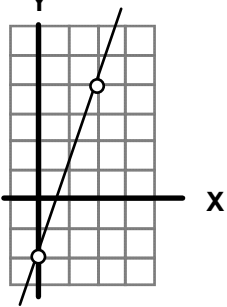
$$n = \quad y \quad m =$$

- Para comparar los dos tipos de gráficas:

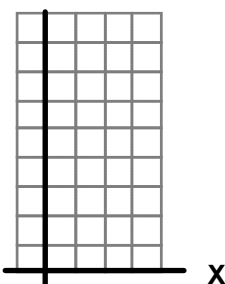
Valor inicial 0			Valor inicial 3		
$y = 2 \cdot x$		Gráfica:	$y = 3 + 2 \cdot x$		Gráfica:
$\frac{x}{0}$	$\frac{y}{0}$		$\frac{x}{0}$	$\frac{y}{3}$	
2	4		2	7	
$n = 0$	$m = 2$		$n = 3$	$m = 2$	

Tienen la misma pendiente pero diferente valor inicial u ordenada en el origen.

- En la gráfica siguiente calcula la ordenada en el origen y la pendiente. Fíjate en los puntos señalados.

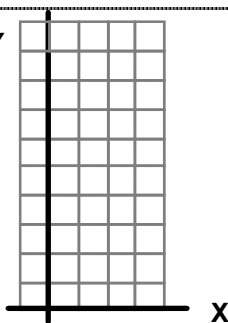
	Cálculos:
Fórmula:	

- Ahora debes hacer lo mismo sabiendo que la tabla de una recta contiene estos dos puntos. Haz la gráfica para ayudarte.

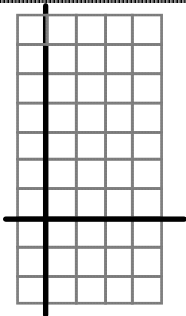
		Gráfica:	Cálculos:
$\frac{x}{0}$	$\frac{y}{5}$		
2	9		
Fórmula:			

FÓRMULA A PARTIR DE LA TABLA SIN VALOR INICIAL

- ¿Cómo obtener la fórmula a partir de una tabla que no contiene el valor inicial?

$y = n + m \cdot x$		Gráfica:	Cálculos:
$\frac{x}{2}$	$\frac{y}{4}$		• Pendiente: $m = \frac{10 - 4}{4 - 2} = \frac{6}{2} = 3$ Sustituimos en la fórmula: $y = n + 3 \cdot x$
4	10		• Ordenada en el origen: Sustituimos un valor de la tabla y despejamos n $4 = n + 3 \cdot 2 \rightarrow n = -2$
			$y = -2 + 3 \cdot x$

- Haz lo mismo con la siguiente tabla:

$y = n + m \cdot x$		Gráfica:	Cálculos:
$\frac{x}{1}$	$\frac{y}{-1}$		• Pendiente: $m =$
4	5		• Ordenada en el origen: • Fórmula:

CORTES CON LOS EJES

Los cortes de una función con los ejes de coordenadas se obtienen para $x = 0$ y para $y = 0$ respectivamente.

Ejercicios

Hallar los cortes con los ejes de las siguientes rectas.

$$y = 2x + 6$$

$$y = x - 5$$

$$y = \frac{2x + 5}{3}$$

4. FORMA EXPLÍCITA E IMPLÍCITA DE UNA RECTA

Una función de grado uno ya hemos visto que tiene por gráfica una recta y viceversa.

Se llama forma explícita a la fórmula en que una variable está despejada; es decir, $y = 3x - 2$.

Se llama forma implícita cuando ninguna de las variables está despejada sino que la fórmula aparece igualada a 0.

En el ejemplo anterior sería: $-3x + y + 2 = 0$

El cambio de una forma a otra se recoge en esta tabla.

Forma	→	Forma
explícita	Pasando todo al primer miembro.	implícita
	Despejando la variable y	
	←	

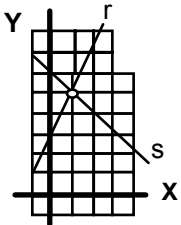
Ejercicios

- Pasa a forma implícita: $y = 3x + 2$

- Pasa a forma explícita y dar la pendiente y la ordenada en el origen: $3x - 2y + 8 = 0$

5. INTERSECCIÓN DE RECTAS

Para hallar el punto de corte de dos rectas resolveremos el sistema de ecuaciones que determinan.

Por ejemplo, sean las rectas: r: $y = 2x + 3$ s: $y = -x + 6$	Resolveremos el sistema por igualación o sustitución:	
---	---	---

Obtenemos el punto de corte que resulta ser el (1, 5).

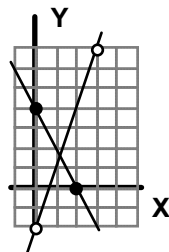
Ejercicio: Halla el punto de corte de: $y = -2x + 3$ con $y = x - 6$	Resolución sistema:	Gráfica:
--	---------------------	----------

POSICIONES RELATIVAS

Dos rectas:

Se cortan:

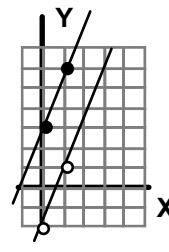
Si sus pendientes son distintas: $m \neq m'$
 $y = -2x + 4$ corta a la recta $y = 3x - 2$



$$-2 \neq 3$$

Son paralelas:

Si sus pendientes son iguales: $m = m'$
 $y = 3x + 3$ es paralela a $y = 3x - 2$



$$3 = 3$$

RECTAS HORIZONTALES Y VERTICALES

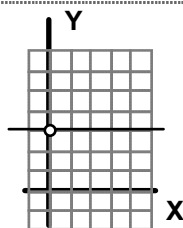
• Son rectas horizontales las paralelas al eje X.

Su pendiente es 0; es decir, $m = 0$.

Y por tanto su ecuación es de la forma:

$$y = n$$

$$y = 3$$

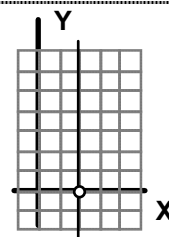


• Son rectas verticales las paralelas al eje Y.

Su ecuación es de la forma:

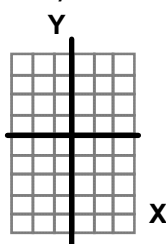
$$x = a$$

$$x = 2$$

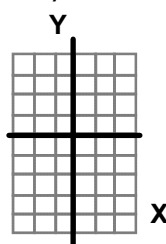


Ejercicio.– Representa las siguientes rectas:

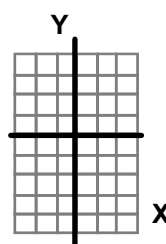
$$y = 1$$



$$y = -3$$



$$x = -2$$



$$x = 0$$

